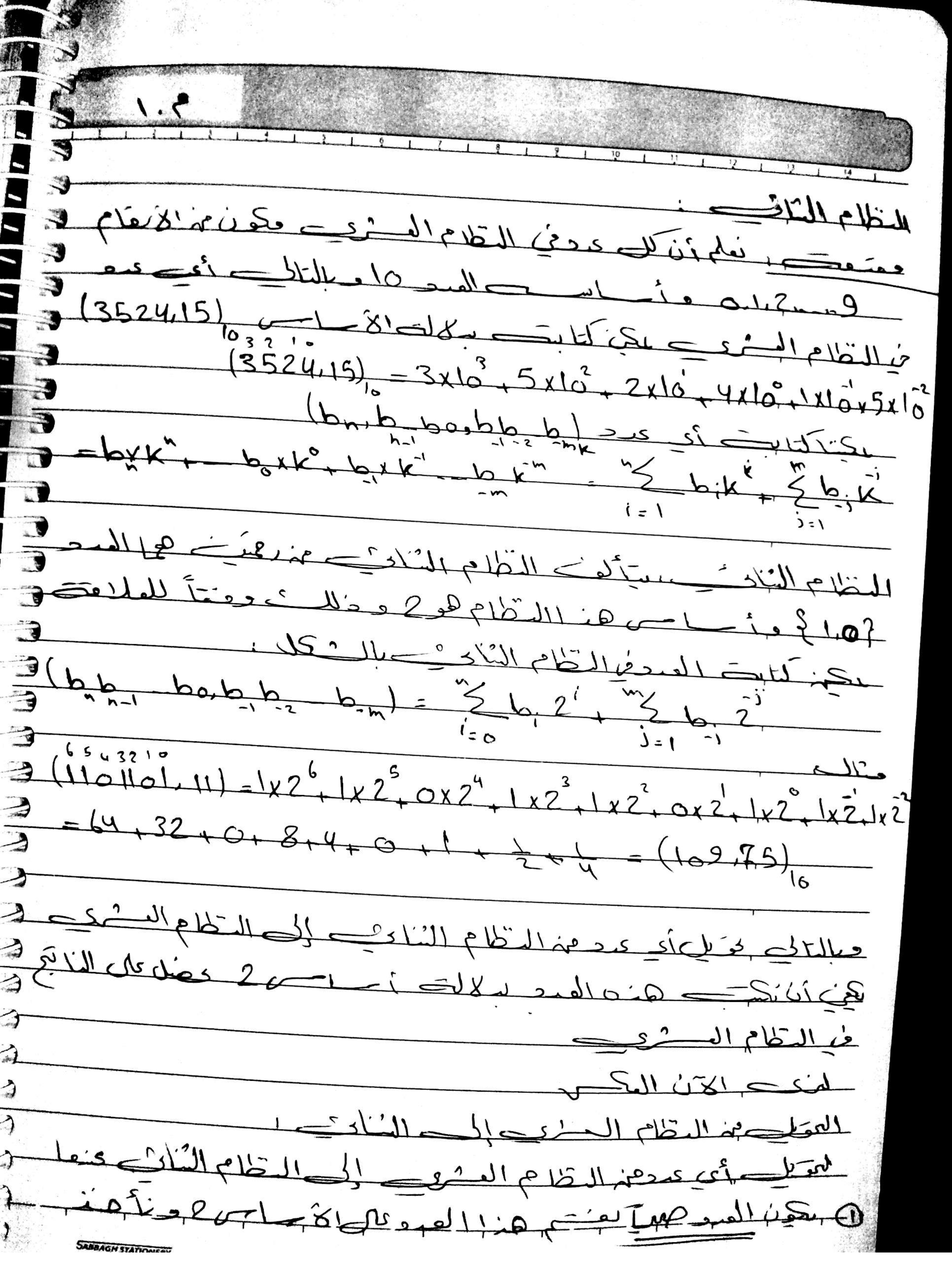


النظام الثنائي :

نعلم أن كل عدد في النظام العشري مكون من الأرقام متتالية 0، 1، 2، ... 9 وأساسه العدد 10 وبالتالي أي عدد $(3524,15)$ في النظام العشري يمكن كتابته بدلالة الأساس

$$(3524,15)_{10} = 3\times10^{3} + 5\times10^{2} + 2\times10^{1} + 4\times10^{0} + 1\times10^{-1} + 5\times10^{-2}$$

يمكن كتابة أي عدد $(b_n, b_{n-1} \dots b_0, b_{-1} b_{-2} \dots b_{-m})_k$

$$= b_n\times k^{n} + \dots + b_0\times k^{0} + b_{-1}\times k^{-1} \dots b_{-m} k^{-m} = \sum_{i=1}^{n} b_i k^{i} + \sum_{j=1}^{m} b_{-j} k^{-j}$$

النظام الثنائي يتألف النظام الثنائي من رقمين هما العدد 0 و 1 وأساس هذا النظام هو 2 وذلك وفقاً للعلاقة {0,1}

يمكن كتابة العدد في النظام الثنائي بالشكل :

$$(b_n b_{n-1} \dots b_0, b_{-1} b_{-2} \dots b_{-m}) = \sum_{i=0}^{n} b_i 2^{i} + \sum_{j=1}^{m} b_{-j} 2^{-j}$$

مثال

$$(1101101,11) = 1\times2^{6} + 1\times2^{5} + 0\times2^{4} + 1\times2^{3} + 1\times2^{2} + 0\times2^{1} + 1\times2^{0} + 1\times2^{-1} + 1\times2^{-2}$$

$$= 64 + 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = (109,75)_{10}$$

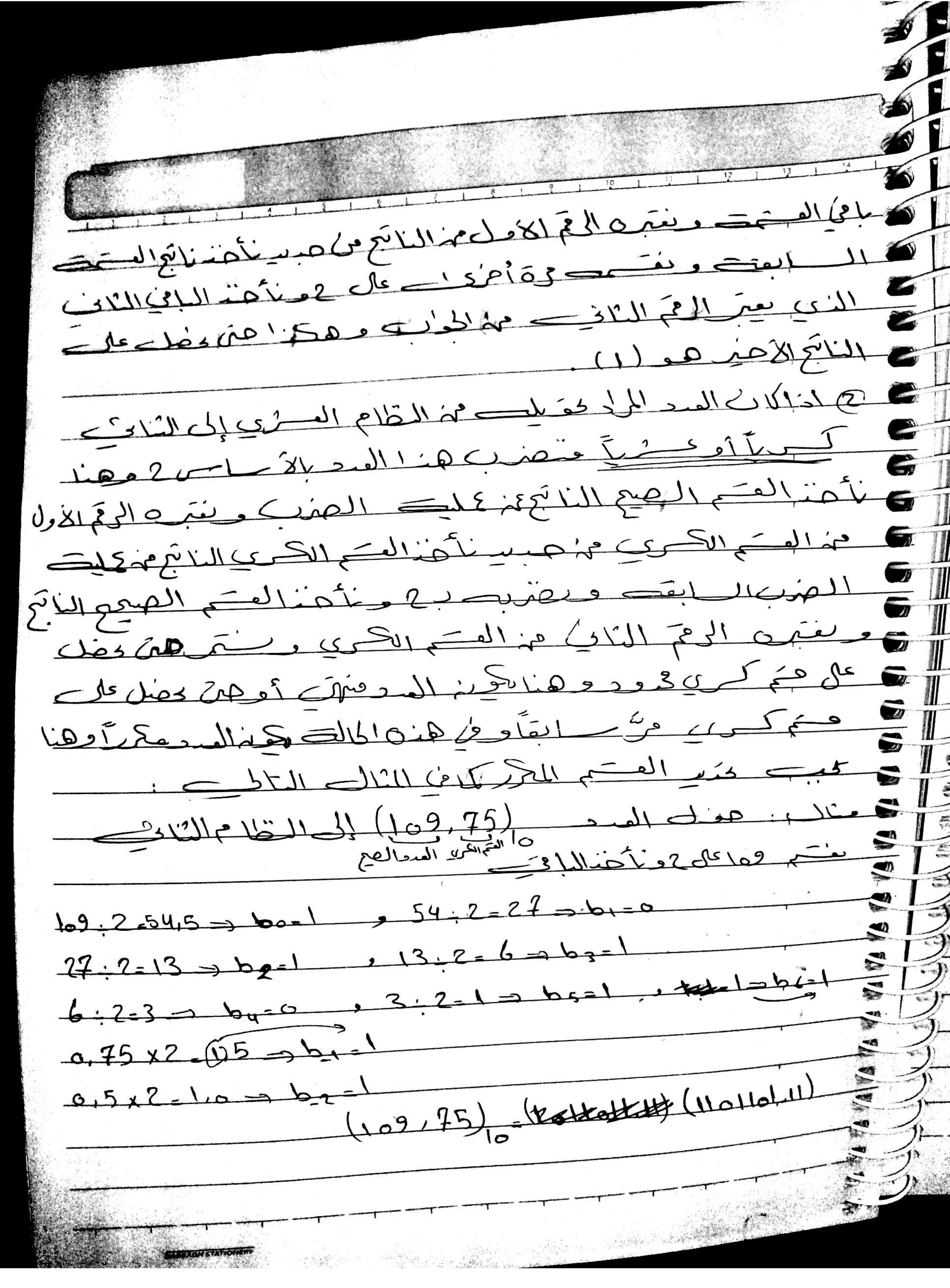
وبالتالي تحويل أي عدد من النظام الثنائي إلى النظام العشري يعني أن نكتب هذا العدد بدلالة أساس 2 نحصل على الناتج في النظام العشري

لنرى الآن العكس

التحويل من النظام العشري إلى النظام الثنائي :

لتحويل أي عدد من النظام العشري إلى النظام الثنائي عندما

① يكون العدد صحيحاً نقسم هذا العدد على الأساس 2 ونأخذ



باقي القسمة ونعتبره الرقم الأول من الناتج من حيث نأخذ ناتج القسمة السابقة ونقسمه مرة أخرى على 2 ونأخذ الباقي الثاني الذي يعتبر الرقم الثاني من الجواب وهكذا حتى نحصل على الناتج الأخير هو (1).

② إذا كان العدد المراد تحويله من النظام العشري إلى الثنائي كسرياً أو عشرياً فنضرب هذا العدد بالأساس 2 وهنا نأخذ القسم الصحيح الناتج من عملية الضرب ونعتبره الرقم الأول من القسم الكسري من حيث نأخذ القسم الكسري الناتج من عملية الضرب السابقة ونضربه بـ 2 ونأخذ القسم الصحيح الناتج ونعتبره الرقم الثاني من القسم الكسري ونستمر حتى نحصل على قسم كسري محدود وهنا يكون العدد منتهي أو حتى نحصل على قسم كسري مشابه للسابق وفي هذه الحالة يكون العدد متكرراً وهنا يجب تحديد القسم المتكرر كما في المثال التالي:

مثال: حول العدد $(109,75)_{10}$ إلى النظام الثنائي

(القسم الكسري — العدد الصحيح)

نقسم 109 على 2 ونأخذ الباقي

$109 \div 2 = 54,5 \Rightarrow b_0 = 1$, $54 \div 2 = 27 \Rightarrow b_1 = 0$

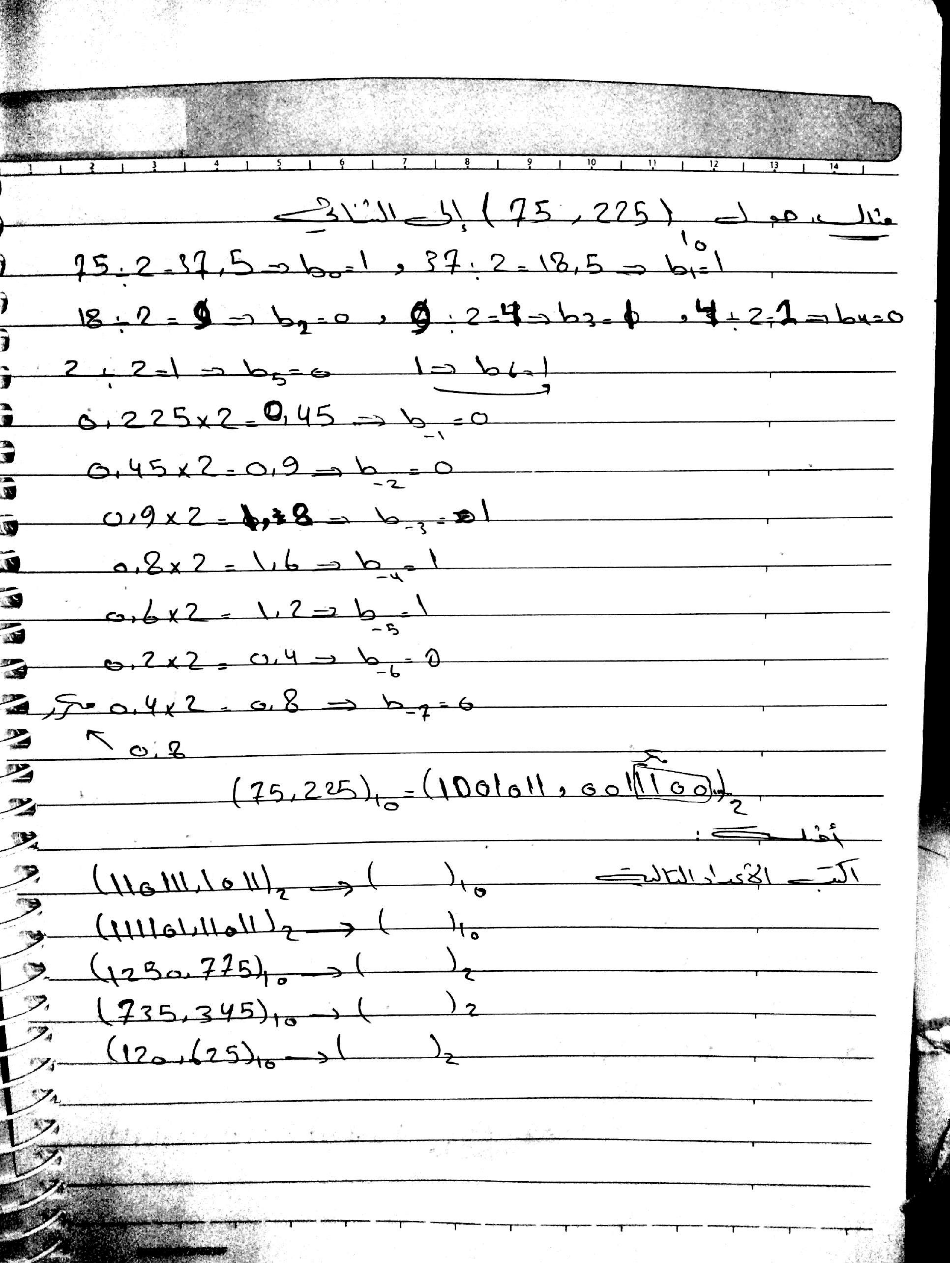
$27 \div 2 = 13 \Rightarrow b_2 = 1$, $13 \div 2 = 6 \Rightarrow b_3 = 1$

$6 \div 2 = 3 \Rightarrow b_4 = 0$, $3 \div 2 = 1 \Rightarrow b_5 = 1$, $1 \Rightarrow b_6 = 1$

$0,75 \times 2 = 1,5 \Rightarrow b_{-1} = 1$

$0,5 \times 2 = 1,0 \Rightarrow b_{-2} = 1$

$(109,75)_{10} = (1101101.11)$



مثال: حول $(75,225)_{10}$ إلى الثنائي

$75 \div 2 = 37,5 \Rightarrow b_0 = 1$, $37 \div 2 = 18,5 \Rightarrow b_1 = 1$

$18 \div 2 = 9 \Rightarrow b_2 = 0$, $9 \div 2 = 4 \Rightarrow b_3 = 1$, $4 \div 2 = 2 \Rightarrow b_4 = 0$

$2 \div 2 = 1 \Rightarrow b_5 = 0$ $\quad 1 \Rightarrow b_6 = 1$

$0,225 \times 2 = 0,45 \Rightarrow b_{-1} = 0$

$0,45 \times 2 = 0,9 \Rightarrow b_{-2} = 0$

$0,9 \times 2 = 1,8 \Rightarrow b_{-3} = 1$

$0,8 \times 2 = 1,6 \Rightarrow b_{-4} = 1$

$0,6 \times 2 = 1,2 \Rightarrow b_{-5} = 1$

$0,2 \times 2 = 0,4 \Rightarrow b_{-6} = 0$

مكرر $0,4 \times 2 = 0,8 \Rightarrow b_{-7} = 0$

$\nwarrow 0,8$

$(75,225)_{10} = (1001011,0011100...)_2$

أنشطة :

اكتب الأعداد التالية

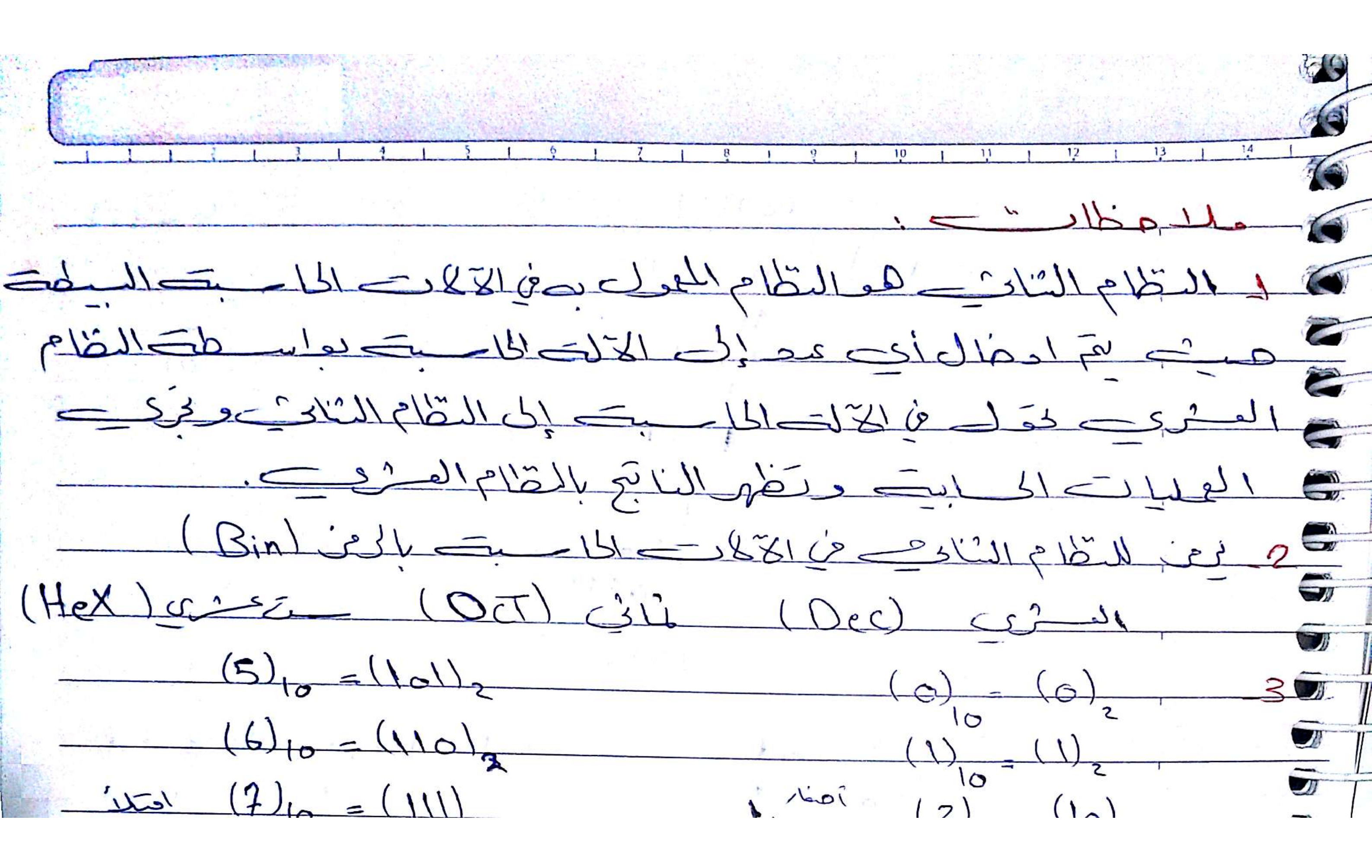
$(110111,1011)_2 \rightarrow (\quad)_{10}$

$(111101,11011)_2 \rightarrow (\quad)_{10}$

$(1230,775)_{10} \rightarrow (\quad)_2$

$(735,345)_{10} \rightarrow (\quad)_2$

$(120,625)_{10} \rightarrow (\quad)_2$



ملاحظات :

1- النظام الثنائي هو النظام المعمول به في الآلات الحاسبة البسيطة حيث يتم ادخال أي عدد إلى الآلة الحاسبة بواسطة النظام العشري تحول في الآلات الحاسبة إلى النظام الثنائي وتجري العمليات الحسابية وتظهر الناتج بالنظام العشري.

2- يرمز للنظام الثنائي في الآلات الحاسبة بالرمز (Bin)

العشري (Dec) ثماني (Oct) ستة عشري (HeX)

3- $(0)_{10} = (0)_2$ $(5)_{10} = (101)_2$

$(1)_{10} = (1)_2$ $(6)_{10} = (110)_2$

أصغر (2) [illegible] (10) أكبر $(7)_{10} = (111)$ [illegible]

$(1111)_2 = (7)_{10}$

$(101)_2 = (5)_{10}$

1001 = 9

1000 = 8

```
       101111
101 ) 11101101
      101 -
      01001
       101
       1001
        101
        1000
         101
         0111
          101
          010 الباقي
```

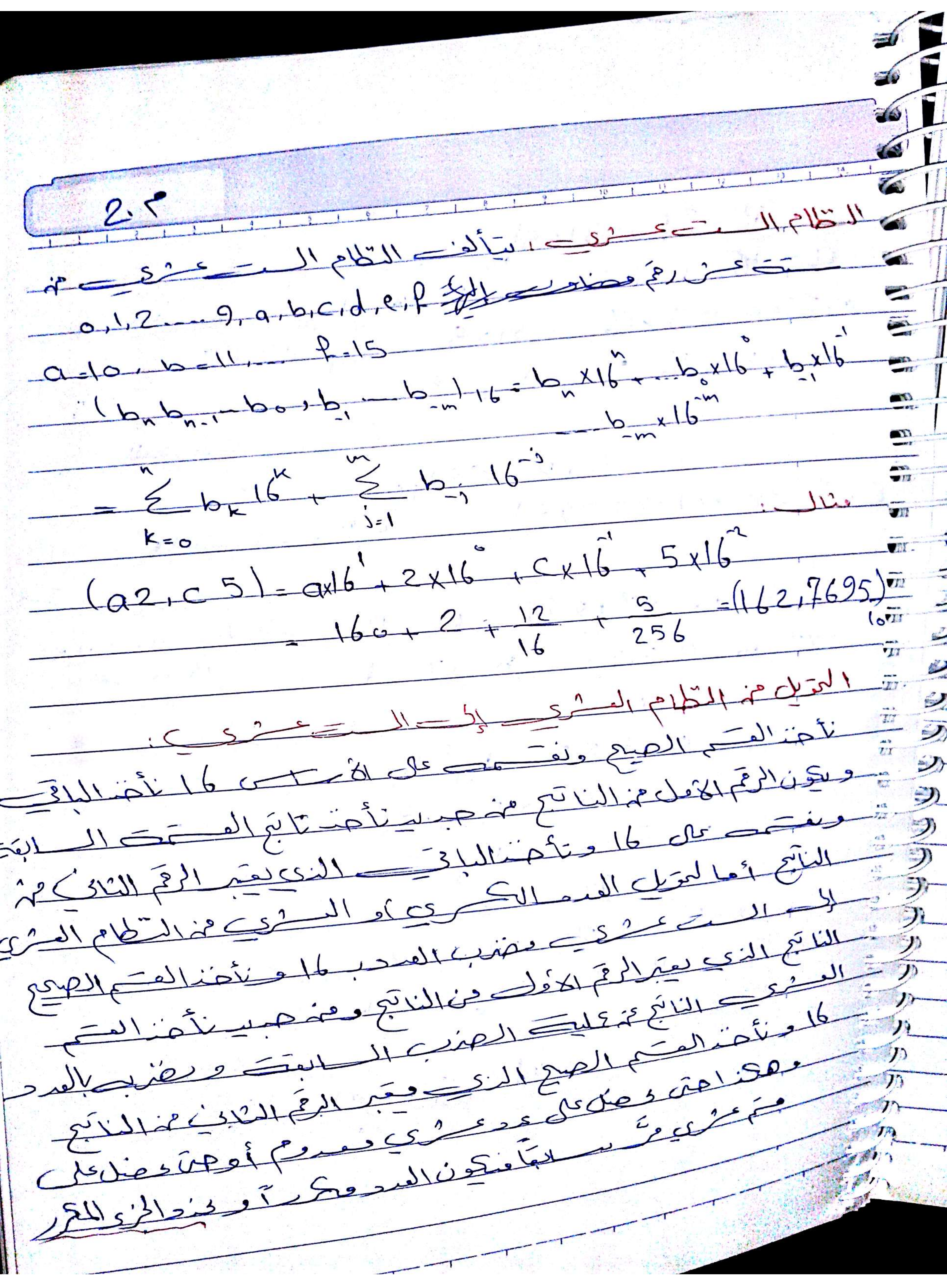
```
      10111
    ×   110
   --------
   1000000
   110111
   10111
   --------
   10001010
```

```
  1111,10
- 10101,1
```

```
  111,01,011
+ 11,101
```

```
  1011101
× 11,01
```

```
110 ) 11111011011
```



2.٣

النظام الستعشري : يتألف النظام الستعشري من ستة عشر رقماً مضافاً من الرموز

0,1,2....9, a, b, c, d, e, f

a=10 , b=11 , ... f=15

$(b_n b_{n-1} \dots b_0 , b_{-1} \dots b_{-m})_{16} = b_n \times 16^n + \dots b_0 \times 16^0 + b_{-1} \times 16^{-1} \dots b_{-m} \times 16^{-m}$

$$= \sum_{k=0}^{n} b_k 16^k + \sum_{j=1}^{m} b_{-j} 16^{-j}$$

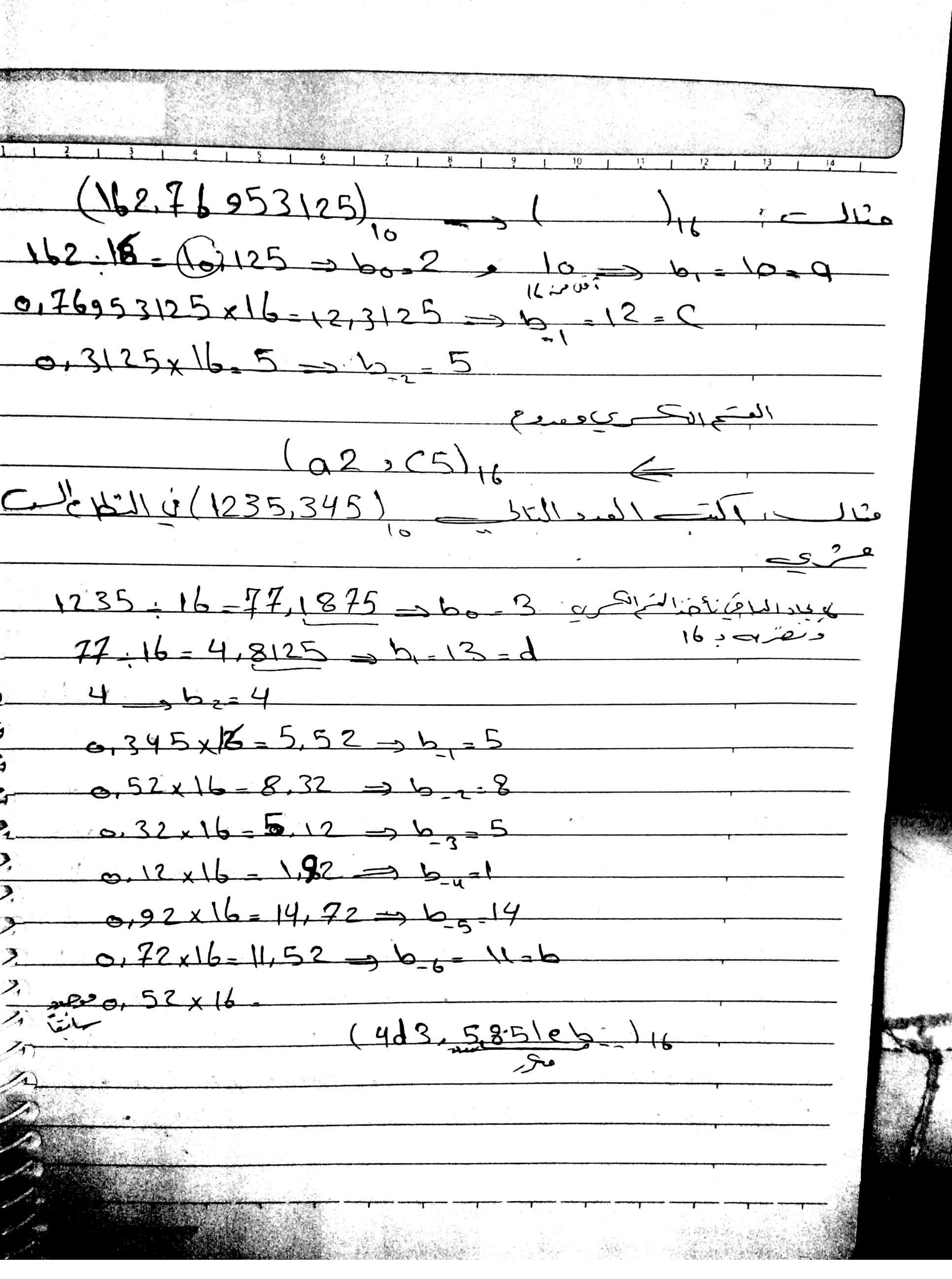
مثال :

$(a2,c5) = a \times 16^1 + 2 \times 16^0 + c \times 16^{-1} + 5 \times 16^{-2} = (162,7695)_{10}$

$= 160 + 2 + \frac{12}{16} + \frac{5}{256}$

التحويل من النظام العشري إلى الستعشري :

نأخذ القسم الصحيح ونقسمه على الأساس 16 نأخذ الباقي ويكون الرقم الأول من الناتج من جديد نأخذ ناتج القسمة السابقة ونقسمه على 16 ونأخذ الباقي الذي يعتبر الرقم الثاني من الناتج أما لتحويل العدد الكسري أو الكسري من النظام العشري إلى الستعشري نضرب العدد بـ 16 ونأخذ القسم الصحيح الذي يعتبر الرقم الأول من الناتج ومن جديد نأخذ القسم العشري الناتج ثم نعمل عليه الضرب السابق ونضرب بالعدد 16 ونأخذ القسم الصحيح الذي يعتبر الرقم الثاني من الناتج وهكذا حتى نحصل على عدد عشري معدوم أو حتى نحصل على قسم عشري مر سابقاً فيكون العدد دورياً ونحدد الجزء المكرر



مثال: $(\quad)_{16} \leftarrow (162.76953125)_{10}$

$162 \div 16 = 10{,}125 \Rightarrow b_0 = 2$, $10 \Leftarrow b_1 = 10 = a$ (أقل من 16)

$0{,}76953125 \times 16 = 12{,}3125 \Rightarrow b_{-1} = 12 = c$

$0{,}3125 \times 16 = 5 \Rightarrow b_{-2} = 5$

القسم الكسري معدوم

$\Leftarrow (a2 , c5)_{16}$

مثال: اكتب العدد التالي $(1235,345)_{10}$ في النظام الست عشري

$1235 \div 16 = 77{,}1875 \Rightarrow b_0 = 3$ نأخذ الباقي أي القسم الكسري ونضربه بـ 16

$77 \div 16 = 4{,}8125 \Rightarrow b_1 = 13 = d$

$4 \Rightarrow b_2 = 4$

$0{,}345 \times 16 = 5{,}52 \Rightarrow b_{-1} = 5$

$0{,}52 \times 16 = 8{,}32 \Rightarrow b_{-2} = 8$

$0{,}32 \times 16 = 5{,}12 \Rightarrow b_{-3} = 5$

$0{,}12 \times 16 = 1{,}92 \Rightarrow b_{-4} = 1$

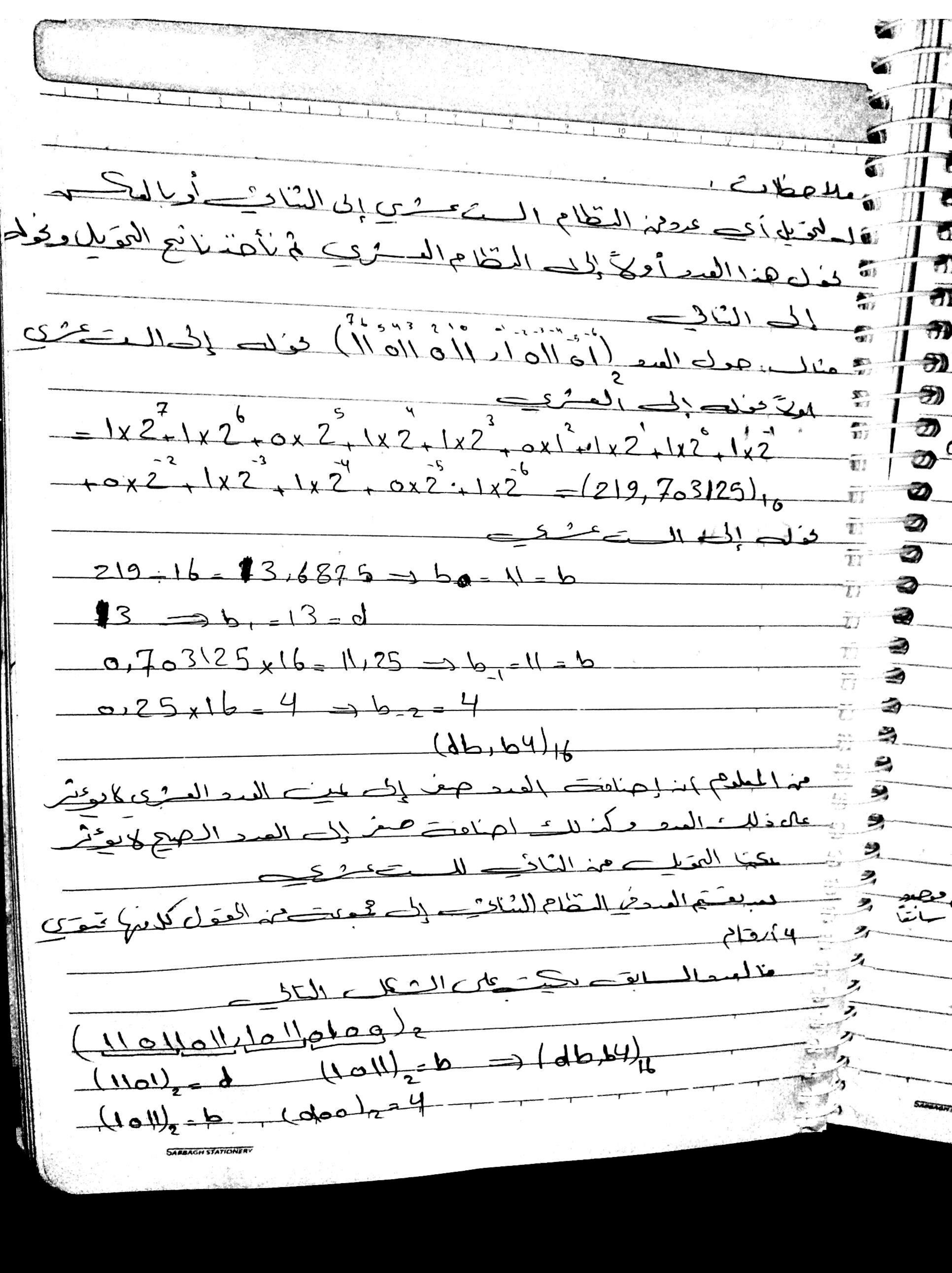
$0{,}92 \times 16 = 14{,}72 \Rightarrow b_{-5} = 14$

$0{,}72 \times 16 = 11{,}52 \Rightarrow b_{-6} = 11 = b$

$0{,}52 \times 16 =$ معود سابقاً

$(4d3, \underline{5851eb}\ldots)_{16}$ مكرر

Scanned by CamScanner



ملاحظات:

لتحويل أي عدد من النظام الست عشري إلى الثنائي أو بالعكس نحول هذا العدد أولاً إلى النظام العشري ثم نأخذ نتائج التحويل ونحوله إلى الثنائي

مثال: حول العدد $(11011011,101101)_2$ نحوله إلى الست عشري

أولاً نحوله إلى العشري

$= 1\times2^7+1\times2^6+0\times2^5+1\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0+1\times2^{-1}$
$+0\times2^{-2}+1\times2^{-3}+1\times2^{-4}+0\times2^{-5}+1\times2^{-6} = (219,703125)_{10}$

نحوله إلى الست عشري

$219 \div 16 = 13,6875 \Rightarrow b_0 = 11 = b$

$13 \Rightarrow b_1 = 13 = d$

$0,703125 \times 16 = 11,25 \Rightarrow b_{-1} = 11 = b$

$0,25 \times 16 = 4 \Rightarrow b_{-2} = 4$

$(db,b4)_{16}$

من المعلوم أن إضافة العدد صفر إلى يمين العدد العشري لا يؤثر على ذلك العدد وكذلك إضافة صفر إلى يسار العدد الصحيح لا يؤثر

يمكننا التحويل من الثنائي للست عشري

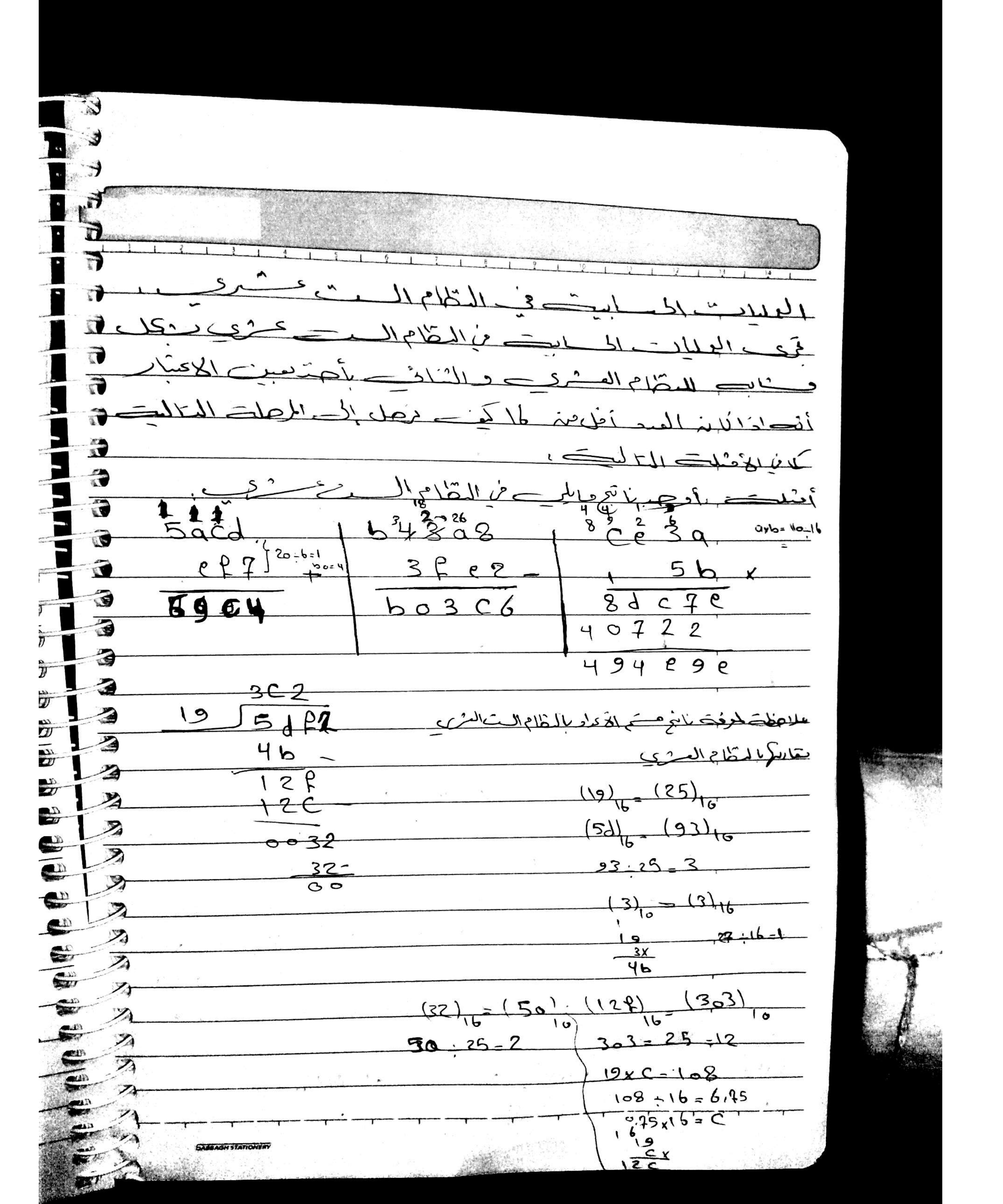
نستطيع تقسيم العدد في النظام الثنائي إلى مجموعات من الخانات كل منها تحوي 4 أرقام

فالعدد السابق يكتب على الشكل التالي

$(1101\,1011,1011\,0100)_2$

$(1101)_2 = d$ $\quad (1011)_2 = b \Rightarrow (db,b4)_{16}$

$(1011)_2 = b$ $\quad (0100)_2 = 4$



العمليات الحسابية في النظام الست عشري

تجرى العمليات الحسابية في النظام الست عشري بشكل
مشابه للنظام العشري والثنائي بأخذ بعين الاعتبار
أنه إذا كان العدد أكبر منه لكي نصل إلى المرحلة التالية
كما في الأمثلة التالية :

أمثلة : أوجد ناتج ما يلي في النظام الست عشري

5acd + ef7 = 6964 (20 - 16 = 4, 20 - 16 = 1)

b438a8 - 3fe2 = b03c6

ce3a × 5b = 8dc7e + 40722 = 494e9e (a×b = 110 ÷ 16)

19) 5df2 = 3c2
4b
12f
12c
0032
32
00

ملاحظة لمعرفة ناتج قسمة الأعداد بالنظام الست عشري
نقارنها بالنظام العشري

$(19)_{16} = (25)_{10}$

$(5d)_{16} = (93)_{10}$

93 ÷ 25 = 3

$(3)_{10} = (3)_{16}$

27 ÷ 16 = 1

19 × 3 = 4b

$(32)_{16} = (50)_{10}$; $(12f)_{16} = (303)_{10}$

50 ÷ 25 = 2

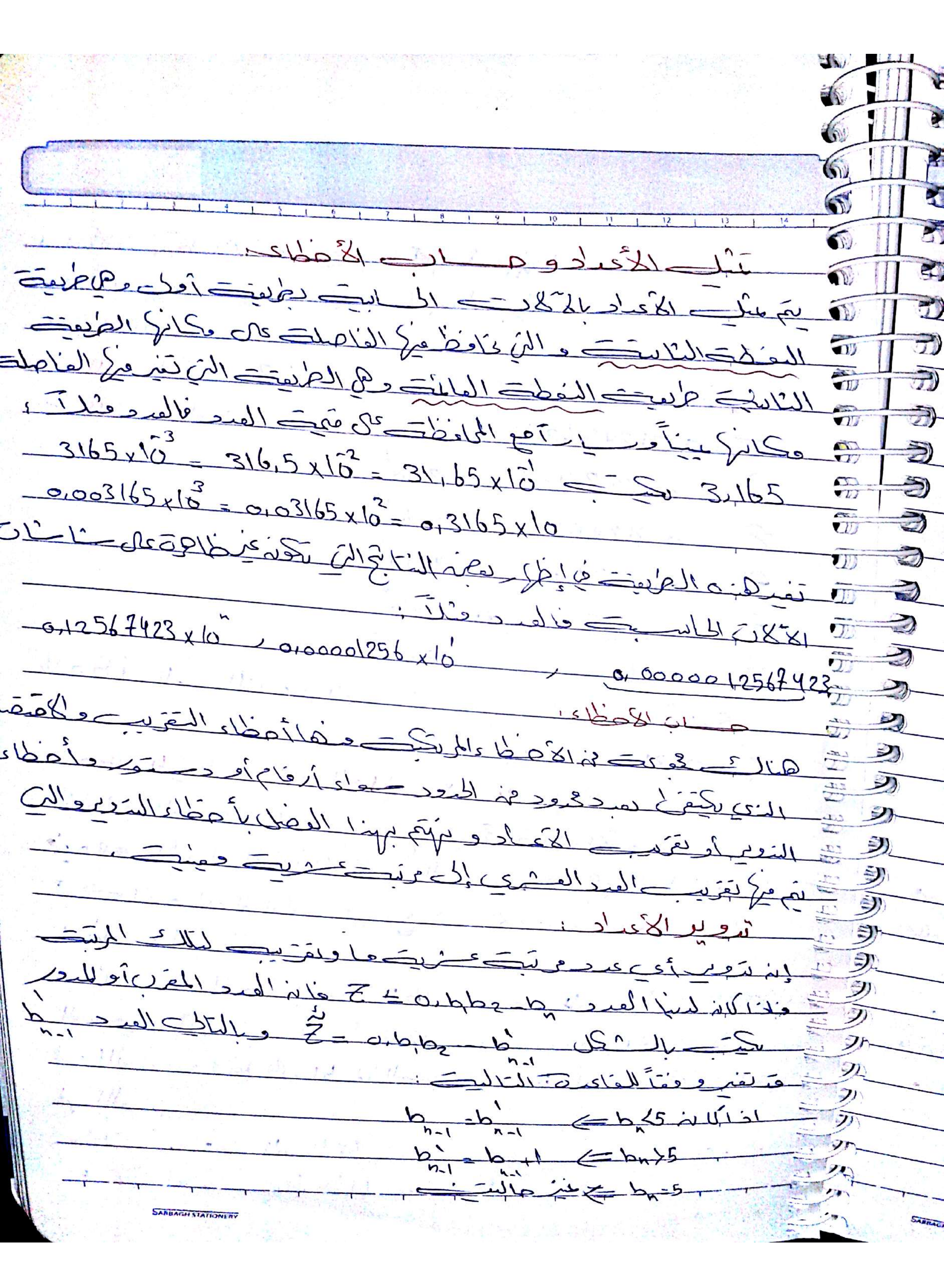
303 ÷ 25 = 12

19 × c = 108

108 ÷ 16 = 6,75

0,75 × 16 = c

19 × c = 12c



تمثيل الأعداد وحساب الأخطاء

يتم تمثيل الأعداد بالآلات الحاسبة بطريقة أولى وهي طريقة الفاصلة الثابتة والتي تحافظ فيها الفاصلة على مكانها والطريقة الثانية طريقة النقطة العائمة وهي الطريقة التي تتغير فيها الفاصلة مكانها يميناً أو يساراً مع المحافظة على قيمة العدد فالعدد مثلاً:

$3165\times10^{-3} = 316.5\times10^{-2} = 31.65\times10^{-1}$ يكتب 3.165

$0.003165\times10^{3} = 0.03165\times10^{2} = 0.3165\times10$

تفيد هذه الطريقة في إظهار بعض النتائج التي تكون غير ظاهرة على شاشات الآلات الحاسبة فالعدد مثلاً:

0.0000012567423 ، 0.00001256×10^{-1} ، 0.12567423×10^{-5}

حساب الأخطاء:

هناك مجموعة من الأخطاء المرتكبة منها أخطاء التقريب والاقتصار والتي يكتفى بعدد محدود من الحدود سواء أرقام أو حدود وأخطاء التدوير أو تقريب الأعداد ونهتم بهذا الفصل بأخطاء التدوير والتي يتم فيها تقريب العدد العشري إلى مرتبة عشرية معينة.

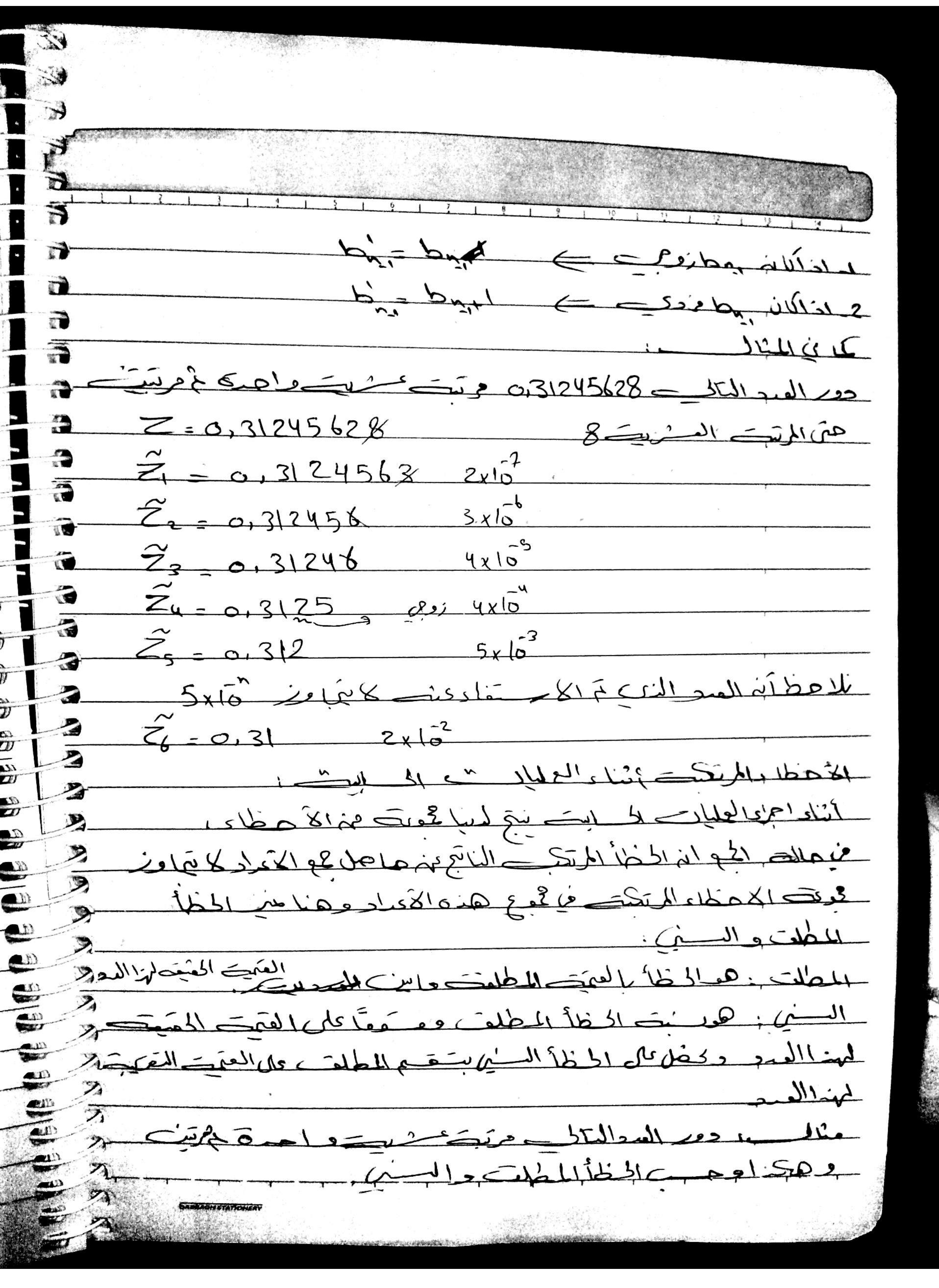
تدوير الأعداد:

إن تدوير أي عدد مرتبة عشرية ما وتقريبه لتلك المرتبة وإذا كان لدينا العدد: $Z \simeq 0.b_1b_2\ldots b_n$ فإن العدد المقرب أو المدور يكتب بالشكل $\bar{Z} = 0.b_1b_2\ldots b'_{n-1}$ وبالتالي العدد b_{n-1} قد تغير وفقاً للقاعدة التالية:

إذا كان $b_n < 5 \Leftarrow b'_{n-1} = b_{n-1}$

$b_n > 5 \Leftarrow b'_{n-1} = b_{n-1} + 1$

$b_n = 5 \Leftarrow$ نميز حالتين



1- اذا كان يحط زوجي ⟸ $b_n = b_{n+1}$

2- اذا كان يحط فردي ⟸ $b_n = b_{n+1} + 1$

كما في المثال:

دور العدد التالي 0,31245628 مرتبة عشرية واحدة ثم مرتبتين

حيث المرتبة العشرية 8

$Z = 0,31245628$

$\tilde{Z}_1 = 0,3124563 \quad 2\times10^{-7}$

$\tilde{Z}_2 = 0,312456 \quad 3\times10^{-6}$

$\tilde{Z}_3 = 0,31246 \quad 4\times10^{-5}$

$\tilde{Z}_4 = 0,3125$ زوجي 4×10^{-4}

$\tilde{Z}_5 = 0,312 \quad 5\times10^{-3}$

نلاحظ أن العدد الذي تم الاستفادة منه لا يتجاوز 5×10^{-n}

$\tilde{Z}_6 = 0,31 \quad 2\times10^{-2}$

الأخطاء المرتكبة أثناء العمليات الحسابية:

أثناء اجراء العمليات الحسابية ينتج لدينا مجموعة من الأخطاء،

في حالة الجمع ان الخطأ المرتكب الناتج عن حاصل جمع الاعداد لا يتجاوز مجموع الاخطاء المرتكبة في جمع هذه الاعداد وهنا يبين الخطأ المطلق و النسبي:

المطلق: هو الخطأ بالقيمة المطلقة ما بين القيمة الحقيقية لهذا العدد والقيمة التقريبية.

النسبي: هو نسبة الخطأ المطلق مقسوماً على القيمة الحقيقية لهذا العدد ونحصل على الخطأ النسبي بتقسيم المطلق على القيمة التقريبية لهذا العدد

مثال: دور العدد التالي مرتبة عشرية واحدة ثم مرتبتين و هكذا اوجد الخطأ المطلق والنسبي.